

嵌入式工作室21级招新-算法（第二期）

注意：第一期的内容对于所有计算机类的同学都有帮助，但从第二期开始，所学的知识**只对锻炼思维和参加竞赛**有用。

本期需要学习算法竞赛中常见的优化思路，这些算法需要灵巧的思维，通常不涉及到过于困难的代码编写。

如何编写一份符合规范的竞赛代码

通常情况下，我们需要从标准输入中读取数据，经算法处理后，将答案输出到标准输出中。

任何额外的输出都可能导致你的程序被判为0分。

例如，

题目描述

输入两个数用空格分隔的整数，输出他们的和

正确代码（C语言）

```
#include<stdio.h>
int main(){
    int a,b;
    scanf("%d%d",&a,&b);
    printf("%d\n",a+b);
    return 0;
}
```

错误示范0

```
#include<stdio.h>
int main(){
    int a,b;
    scanf("%d%d",&a,&b);
    printf("%d \n",a+b);
    return 0;
}
```

一般来说，末尾多余的空行不会导致错误，但行末多余的空格很有可能会导致格式错误。

错误示范1

```
#include<stdio.h>
int main(){
    int a,b;
    printf("Please input two integers:");
    scanf("%d%d",&a,&b);
    printf("%d\n",a+b);
    return 0;
}
```

额外的输出一定会导致答案错误。

错误示范2

```
#include<stdio.h>
int main(){
    int a,b;
    scanf("%d%d",&a,&b);
    printf("%d\n",a+b);
    while(1);
    return 0;
}
```

为了调试方便，可能会在末尾添加一个死循环来防止命令窗闪退，但这样会导致程序无法正常退出，被判定为运行超时。

希望各位在提交代码时严格规范输入输出，防止被判为0分。

可以到洛谷或者 Codeforces 上提交几道简单的题目来熟悉判定规则。

学习常见的算法思想（30分）

学习并了解以下算法思想，用你自己的话解释一遍，简述其应用场景，然后回答下列问题，并记录在学习总结中。

- 贪心
- 动态规划
- 分治
- 二分答案
- 深度优先搜索
- 广度优先搜索
- 迭代加深搜索
- 前缀和与差分

1. 谈谈贪心与动态规划的区别。
2. 尝试使用主定理分析归并排序的时间复杂度。
3. 生成全排列适合使用哪种搜索方式？为什么？
4. 如何使用前缀和优化区间求和问题？
5. 如何使用差分优化区间加法问题？

综合运用（70分）

请按照第一期内关于编程题的命名规范提交代码。

预计将使用 **project lemon 评测系统** 对大家的代码进行评测。由于是机改，所以请一定注意规范。

题目标题含义如下：

题目名称（源代码文件名.*）（总分值=测试点分值+学习总结分值）（单个测试点时间限制 单个测试点内存限制）

鉴于各语言性能不同，Java与Python将获得双倍的时间与内存限制。

编译命令

- C: gcc -O2 -std=c99 %.c -o %
- C++: g++ -O2 -std=c++17 %.cpp -o %

- Java: `javac %.java`
- Python: 无

运行命令

- C/C++: `./%`
- Java: `java %`
- Python: `python3 %.py`

向量内积 (vector.*) (20=10+10) (1s 128MB)

题目描述

输入两个各维均为正的 n 维向量 a, b ，且向量各维的值互不相等。你可以每次可以交换任意一个向量中两个相邻维度的值。请问最少要多少次操作才能使得 a 与 b 的内积最大化？

输入描述

第一行一个正整数 $n(1 \leq n \leq 10^6)$ 表示向量的维数。

第二行 n 个互不相等的正整数表示向量 a 。

第二行 n 个互不相等的正整数表示向量 b 。

$$1 \leq a_i, b_i \leq 10^9$$

输出描述

仅一行，一个整数，表示最少交换次数。

样例输入

```
3
1 2 3
3 2 1
```

样例输出

```
3
```

学习路线

1. 复习高中数学，回忆什么是排序不等式。
2. 了解冒泡排序与逆序对的关系。
3. 如何计算逆序对。

数的拆分 (split.*) (20=10+10) (1s 128MB)

题目描述

给出一个分数 $\frac{a}{b}$ ，将其表示成 n 个不同的正整数的倒数的和，你需要输出这个最小 n 。

输入描述

第一行一个正整数 $T(1 \leq T \leq 100)$ ，表示数据组数。

接下来 T 行，每行两个正整数 $a, b(1 \leq a < b \leq 1000, \gcd(a, b) = 1)$ 。

输出描述

T 行，每行一个正整数 n ，表示最少需要 n 个不同正整数的倒数才能求和得到 $\frac{a}{b}$ 。

样例输入

```
2
2 3
1 6
```

样例输出

```
2
1
```

样例解释

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

学习路线

1. 深度优先搜索和广度优先搜索各有什么局限？
2. 此题搜索深度和搜索广度都未指定，需要人为进行限定，你认为限定哪一个更好？为什么？

分段极差 (range.*) (30=20+10) (2s 32MB)

题目描述

给定一个长度为 n 的正整数序列 a ，你需要将其划分为 k 段，使得 k 段各自极差之和最大。

输入描述

第一行两个正整数 $n, k (1 \leq k \leq n \leq 5 \times 10^3)$ 。

第二行 n 个正整数表示序列 a 。

输出描述

仅一行，一个整数，表示极差之和。

样例输入

```
5 2
4 2 1 5 1
```

样例输出

```
7
```

学习路线

1. 最大子段和问题。
2. 可以选取 k 段区间的最大子段和问题。
3. 滚动数组。
4. 状态压缩。

提交

提交一个名为"嵌入式工作室2021马拉松-算法方向-第二期-姓名.zip"的压缩包。其中应包含以下项目。

- "学习总结.md"或"学习总结.pdf", 学习总结内应当包含以下内容:
 - 学习常见的算法思想板块的学习总结;
 - 三道编程题目的学习总结及解法说明。
- 一个以自己姓名命名的文件夹, 文件夹内包含以下内容:
 - vector.*
 - split.*
 - range.*

请与2021年11月30日23时59分前提交至mikiwang@std.uestc.edu.cn。

11月中旬将会下发所有测试数据及部分题解。

通过标准

- 可重复提交, 需要通过题目的所有测试点。提交前请先于本地测试。
- 学习总结不过于敷衍。